

Zadaci 7.4.

1. Dokaži da sljedeće jednačbe nemaju rješenja u skupu realnih brojeva:

1) $\sqrt{4-x} - \sqrt{x-6} = 2$;

2) $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+3} = 0$;

3) $\sqrt{x-3} - \sqrt{x+9} = \sqrt{x-2}$;

4) $\sqrt{x} + \sqrt{x+9} = 2$.

Riješi jednačbe:

2. 1) $8 - 2\sqrt{2x+3} = 6$;

2) $11 - 3\sqrt{x+3} = 2$;

3) $3 - \sqrt{3x+1} = 1$;

4) $\sqrt{7x+1} = 2\sqrt{x+4}$;

5) $\sqrt{3x+19} - \sqrt{5x-1} = 0$;

6) $\sqrt{4-9x^2} = \sqrt{2-3x}$.

3. 1) $\sqrt{3 + \sqrt{x-3}} = 2$;

2) $\sqrt{2 - \sqrt{2x-1}} = 1$;

3) $\sqrt{7 - \sqrt{x+1}} = 2$;

4) $\sqrt{3 - \sqrt{2 + \sqrt{3x+1}}} = 1$.

4. 1) $\frac{x-1}{\sqrt{x+1}} = 4 + \frac{\sqrt{x}-1}{2}$;

2) $\frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = 1 - \frac{1}{\sqrt{x+1}}$.

5. 1) $\sqrt{6+x} \cdot \sqrt{6-x} = x$;
 2) $\sqrt{2x+3} \cdot \sqrt{2x-3} = 4$;
 3) $\sqrt{5x-6} \cdot \sqrt{5x+6} = 8$;
 4) $\sqrt{2x+3} \cdot \sqrt{2x-1} = 2x$;
 5) $\sqrt{3x-2} \cdot \sqrt{x+2} = x+2$.

6. 1) $\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{5-x} = \sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x}$;
 2) $\sqrt{3x-1} \cdot \sqrt{4x+3} = \sqrt{2x+3} \cdot \sqrt{6x-5}$;
 3) $\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x+3} = \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{x+4}$.

Riješi jednađbe:

7. 1) $\sqrt{2x+5} = x+1$;
 2) $2\sqrt{x+5} = x+2$;
 3) $x-2 = \sqrt{4+2x-x^2}$;
 4) $\sqrt{2x^2-3x+1} = x+1$.

8. 1) $\sqrt{x+5} + \sqrt{5-x} = 4$;
 2) $\sqrt{3x+1} + \sqrt{16-3x} = 5$;
 3) $\sqrt{x-4} + \sqrt{3-x} = 1$;
 4) $\sqrt{x+5} - \sqrt{x-3} = 2$;
 5) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{2x-6} = 5$;
 6) $\sqrt{x+1} + \sqrt{2x} = \sqrt{3x+1}$.

9. 1) $\sqrt{6x+1} + \sqrt{4x+2} = \sqrt{8x} + \sqrt{2x+3}$;
 2) $\sqrt{3x+2} - \sqrt{2x} = \sqrt{2x+3} - \sqrt{3x-1}$;
 3) $\sqrt{3x-1} - \sqrt{x+1} = \sqrt{2x+1} - \sqrt{2x-1}$.

Rješenja 7.4

1. 1) Ne postoji realan broj x za koji je istovremeno $4 - x \geq 0$ i $x - 6 \geq 0$ odnosno $x \leq 4$ i $x \geq 6$; 2) Zbroj dva nenegativna broja jednak je nuli ako i samo ako su istodobno oba jednaka nuli. No to $\sqrt{2x+3}$ i $\sqrt{x+3}$ nisu ni za koji realni broj x ; 3) Iz sustava $x \geq 3$, $x \geq -9$ i $x \geq 2$ slijedi $x \geq 3$. Ali za $x \geq 3$ je $\sqrt{x-3} - \sqrt{x+9} < 0$; 4) Kad bi dana jednadžba imala rješenja, bio bi to broj x , $x \geq 0$. No za $x \geq 0$ je $\sqrt{x} + \sqrt{x+9} \geq 3$, stoga jednadžba nema rješenja.
2. 1) $x = -1$; 2) $x = 6$; 3) $x = 1$;
4) $x = 5$; 5) $x = 10$; 6) $x_1 = \frac{2}{3}$,
 $x_2 = -\frac{1}{3}$.
3. 1) $x = 4$; 2) $x = 1$; 3) $x = 8$; 4) $x = 1$.
5. 1) $x = 3\sqrt{2}$; 2) $x = \frac{5}{2}$; 3) $x = 2$;
4) $x = \frac{3}{4}$; 5) $x = 2$.

RJEŠENJA

6. 1) $x = \frac{7}{3}$; 2) $x = 4$; 3) Jednadžba nema rješenja.
7. 1) $x = 2$; 2) $x = 4$; 3) $x = 3$; 4) $x = 0$ ili $x = 5$.
8. 1) Jednadžba je ekvivalentna jednadžbi $\sqrt{25 - x^2} = 3$, odnosno $x^2 = 16$ te su njezina rješenja $x = -4$ i $x = 4$;
2) Nakon kvadriranja dobijemo jednadžbu $9x(5 - x) = 0$ čija su oba rješenja, $x = 0$ i $x = 5$, rješenja zadane jednadžbe.
9. 1) Nakon kvadriranja imamo $24x^2 + 16x + 2 = 16x^2 + 24x$, odnosno $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2 = 0$ te je rješenje jednadžbe $x = \frac{1}{2}$; 2) $x = 1$;
3) $x = 2$.