

MATEMATIKA – II razred

12.3.2020.-19.3.2020.

Draga djeco, u narednom periodu družit ćemo se online.

Na posljednjem satu u školi krenuli smo raditi prizme, tako da bi bilo dobro ponoviti do sada obrađeno gradivo kako bi smo što bolje razumjeli ono koje slijedi. Ponavljanje:

1. Što su prizme?
2. Što je baza/osnovka, a što pobočje prizme?
3. Što su osnovni,a što bočni bridovi?
4. Koja je razlika između uspravnih i kosih?
5. Što su pravilne prizme?

NASTAVNA JEDINKA: KOCKA

Vaš zadatak je pažljivo iščitati lekciju o kocki, nacrtati kocku u bilježnicu te prepisati sve formule! Nakon toga pokušajte odgovoriti na sljedeća pitanja:

1. Da li je osnovni brid kocke isto što i bočni brid?
2. Kako smo od formule za volumen prizmi $V = B \cdot v$ došli do toga da je volumen kocke $V = a^3$?
3. Kako smo došli do formule za oplošje kocke $O = 6a^2$?

Imate u materijalu urađena dva zadatka, pokušajte ih razumjeti i samostalno preraditi u bilježnicu. Nakon toga za samostalan rad uradite zadatke: 1.a), 2.b), 3.c) 6.a) i 7.b).

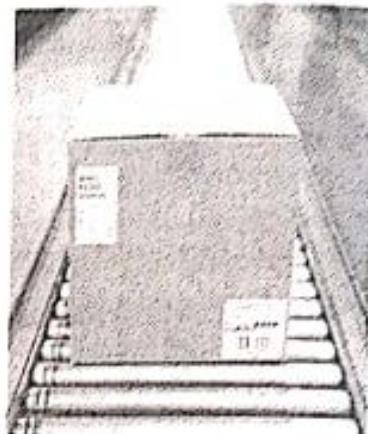
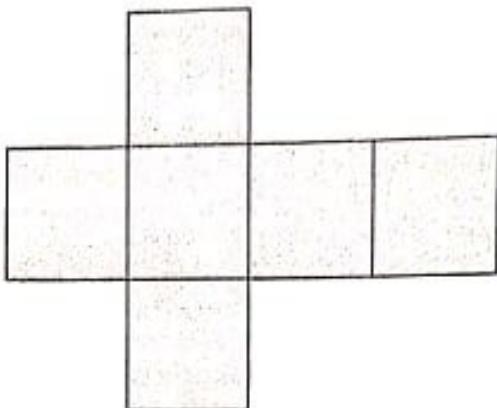
Za bolje razumijevanje prizmi (a samim tim i kocke) možete pogledati sljedeće videolinkove:

1. <https://www.youtube.com/watch?v=AeXKb3UYf5M>
2. <https://www.youtube.com/watch?v=0Lsu7Y50YSU&t=295s>
3. <https://www.youtube.com/watch?v=DWpAuZthl1M>

6.4. Kocka

Kocka je pravilna četverostrana prizma kojoj su svi bridovi jednake duljine.

Omedena je sa šest sukladnih kvadrata. Na donjoj je slici prikaz mreže kocke.



Prostorna dijagonala kocke dužina je koja spaja dva vrha koji ne leže na istoj strani. Postoje četiri prostorne dijagonale i sve se sijeku u jednoj točki. Uvedimo formulu za prostornu dijagonalu. Uočimo u kocki pravokutni trokut ACG čija je hipotenuza upravo jedna od prostornih dijagonala D , a katete su stranica kocke a i plošna dijagonala, tj. dijagonala d kvadrata. Primjenjujući Pitagorin poučak, imamo:

$$D^2 = a^2 + d^2,$$

a kako je $d = a\sqrt{2}$, vrijedi:

$$D^2 = a^2 + (a\sqrt{2})^2 = a^2 + 2a^2 = 3a^2,$$

$$D = a\sqrt{3}.$$

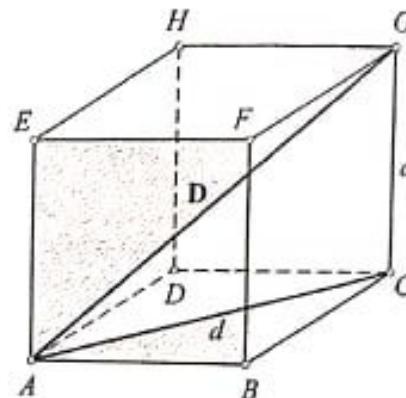
Formulu za oplošje kocke lako je dobiti: $O = 6a^2$, jer kocku omeđuje 6 sukladnih kvadrata površine a^2 . I završno, formula za obujam kocke je: $V = a^3$.

Primjer 1.

Ako je duljina plošne dijagonale kocke $d = 12 \text{ cm}$, izračunajmo duljinu osnovnog brida, prostorne dijagonale, oplošje i obujam kocke.

Iz $d = a\sqrt{2}$ imamo $12 = a\sqrt{2}$, $a = \frac{12}{\sqrt{2}} = \frac{12 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$.

Tada je $D = a\sqrt{3} = 6\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = 6\sqrt{6} \text{ cm}$, $O = 6a^2 = 6 \cdot (6\sqrt{2})^2 = 432 \text{ cm}^2$ i $V = a^3 = (6\sqrt{2})^3 = 6^3 \cdot \sqrt{2}^3 = 432\sqrt{2} \text{ cm}^3$.



primjer 2.

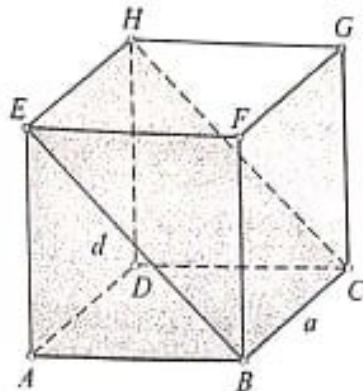
Izračunajmo površinu dijagonalnog presjeka kocke obujma 343 m^3 .

Budući da je $V = 343 \text{ m}^3$, brid kocke a bit će:

$$\begin{aligned} a^3 &= 343, \\ a &= 7 \text{ m}. \end{aligned}$$

Dijagonalni presjek kocke pravokutnik je sa stranicama a i d . Površina tog pravokutnika je:

$$\begin{aligned} P &= a \cdot d = a \cdot a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2} \\ &= 49\sqrt{2} \text{ m}^2. \end{aligned}$$

**Zadaci 6.4.**

1. Izračunaj duljinu plošne i prostorne dijagonale kocke ako je duljina brida kocke:

- a) 3.2 dm ; b) $\sqrt{2} \text{ cm}$; c) $3\sqrt{3} \text{ mm}$; d) $\frac{4}{3} \text{ m}$.

2. Izračunaj duljinu brida kocke ako je duljina prostorne dijagonale:

- a) $2\sqrt{3} \text{ cm}$; b) $8\sqrt{3} \text{ cm}$; c) 12 m ; d) 16 mm .

3. Izračunaj duljinu prostorne dijagonale kocke ako je duljina plošne dijagonale:

- a) $5\sqrt{2} \text{ cm}$; b) $1.2\sqrt{2} \text{ cm}$; c) 8 m ; d) 15 m .

4. Izračunaj površinu dijagonalnog presjeka kocke ako je duljina brida:

- a) 2 cm ; b) 10 cm ; c) $\sqrt{3} \text{ cm}$; d) $0.5\sqrt{2} \text{ m}$.

5. Vrhovima A i D kocke $ABCDEFGH$ položena je ravnina koja s ravniom osnovke zatvara kut od 30° . Kolika je površina presjeka kocke tom ravninom ako je duljina brida kocke $a = 10 \text{ cm}$?

6. Izračunaj oplošje i obujam kocke ako je duljina brida jednaka:

- a) 12 cm ; b) 0.5 cm ; c) $\sqrt{2} \text{ m}$; d) $\frac{3}{2} \text{ m}$.

7. Izračunaj oplošje i obujam kocke ako je duljina prostorne dijagonale:

- a) $4\sqrt{3} \text{ cm}$; b) $\frac{1}{3}\sqrt{3} \text{ cm}$; c) 18 dm ; d) $5\sqrt{6} \text{ cm}$.

8. Izračunaj duljinu brida i obujam kocke ako joj je oplošje:

- a) 96 cm^2 ; b) 216 dm^2 ; c) 600 m^2 ; d) $\frac{3}{2} \text{ cm}^2$.

9. Popuni tablicu:

a	4	$\frac{1}{2}$			1.2
D		$3\sqrt{3}$	12		18
O			54	9600	
V				8	216

10. Kad bi se svaki brid kocke povećao za 3 dm , njezino bi se oplošje povećalo za 90 dm^2 . Kolika je duljina brida kocke?
11. Ana ima tri zlatne kockice duljina bridova 3 cm , 4 cm , 5 cm . Želi ih pretopiti u jednu kocku. Kolika će biti duljina brida nove kocke?
12. Tri metalne kockice brida duljine 5 cm rastaljene su i napravljena je jedna kocka. Koliki je volumen dobivene kocke?
13. Koliko je kartona potrebno (bez gubitaka) da se izradi otvorena kutija oblika kocke brida duljine 10 cm ?
14. Rastopljeni led gubi 0.75% od svog prvobitnog volumena. Koliko se litara vode dobije ako se rastopi kocka leda brida duljine 1.5 dm ?
15. Za koliko će se razmaka na menzuri ljestvice od po 1 cm^3 podići razina vode ako smo u nju ubacili kocku leda brida duljine 3 cm ?
16. Kocki s plošnom dijagonalom $d = 3\sqrt{2} \text{ cm}$ uveća se brid za 4 cm . Za koliko će se uvećati oplošje, a za koliko obujam?
17. Koliki kut zatvara prostorna dijagonala kocke s osnovkom?
18. Za koliko se puta promijeni obujam kocke ako joj se brid:
- a) smanji 2 puta; b) poveća 2 puta; c) smanji 5 puta; d) poveća 4 puta?
19. Kolika je masa kocke od bakra ako joj je brid 3.4 cm ? Specifična gustoća bakra je $\rho = 8800 \text{ kg/m}^3$.
20. Ante ima dvije kocke jednakih dimenzija, i to jednu od hrastovine, a drugu od čelika. Kolika je razlika u masama kocki ako su im bridovi dugi 1 cm , a $\rho_{\text{hrast}} = 950 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{čelik}} = 7800 \text{ kg/m}^3$?
21. Na stolu se nalazi model izrađen od kockica jednake veličine. Ako ga gledamo sprjeeda i s desne strane, vidimo oblike prikazane na slici. Koliko se najviše kockica može upotrijebiti za izradu ovakvog modela?

